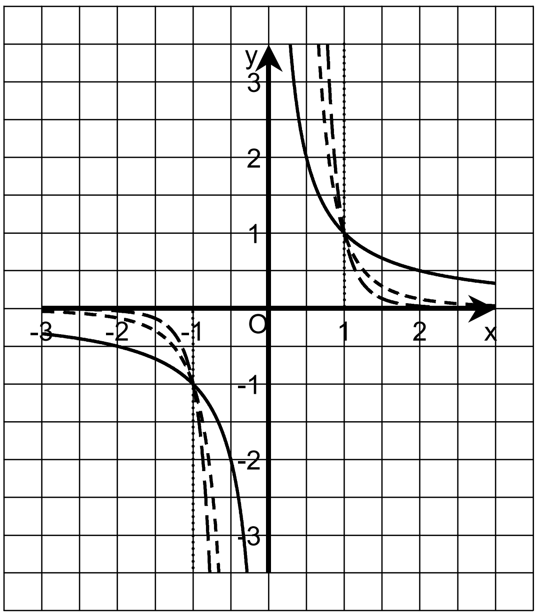
IV. Gebrochen-rationale Funktionen

1. Die Potenzfunktionen $f(x) = \frac{1}{x^n}$ mit $n \in \mathbb{N}$

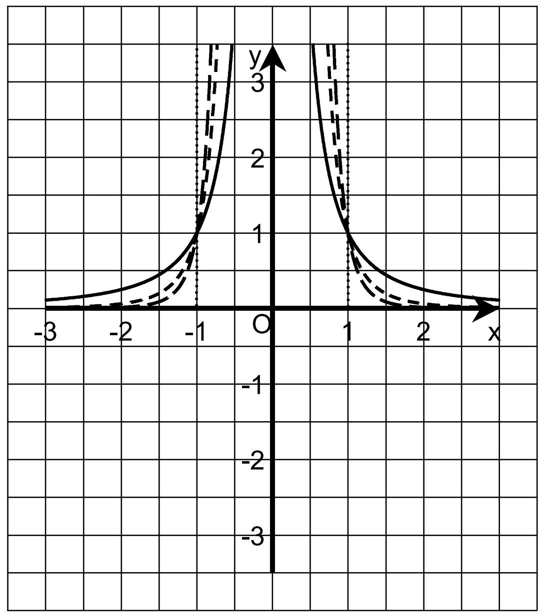
Die Graphen dieser Funktionen lassen sich in zwei Gruppen einteilen:

Ungerade Exponenten



- Gemeinsame Punkte:
  $P_1(-1|-1)$ und $P_2(1|1)$
- Symmetrie:
  Punktsymmetrie zum Ursprung
- Grenzwertverhalten für $x \to \pm\infty$
  Für $x \to +\infty$: $f(x) \to 0^+$
  Für $x \to -\infty$: $f(x) \to 0^-$
- Grenzwertverhalten für $x \to 0$
  Für $x \to 0^+$: $f(x) \to +\infty$
  Für $x \to 0^-$: $f(x) \to -\infty$
- Bezeichnung der Nennernullstelle:
  Polstelle ungerader Ordnung
  mit Vorzeichenwechsel

Gerade Exponenten



- Gemeinsame Punkte:
  $P_1(-1|1)$ und $P_2(1|1)$
- Symmetrie:
  Achsensymmetrie zur y-Achse
- Grenzwertverhalten für $x \to \pm\infty$
  Für $x \to +\infty$: $f(x) \to 0^+$
  Für $x \to -\infty$: $f(x) \to 0^-$
- Grenzwertverhalten für $x \to 0$
  Für $x \to 0^+$: $f(x) \to +\infty$
  Für $x \to 0^-$: $f(x) \to +\infty$
- Bezeichnung der Nennernullstelle:
  Polstelle ungerader Ordnung
  mit Vorzeichenwechsel

Für beide Typen gibt es eine:

- waagrechte Asymptote mit der Gleichung $y = 0$.
- senkrechte Asymptote mit der Gleichung $x = 0$.

Eine Asymptote ist eine Gerade, an die sich der Graph beliebig nahe annähert.